



## Divertirsi con le simmetrie: un percorso didattico per studenti della scuola primaria.

Karin Giorgini,<sup>a</sup> Alice Lemmo,<sup>b</sup> Alessandro Stroppa.<sup>c</sup>



Il progetto didattico si basa sull'utilizzo delle trasformazioni isometriche, in particolare quelle che definiscono le simmetrie di una figura geometrica. Attraverso un percorso di scoperta operativa o approccio sperimentale, gli studenti scoprono e verificano le proprietà delle figure geometriche connesse alla loro simmetria. Il progetto didattico non solo coinvolge attivamente gli studenti con entusiasmo, ma rafforza anche le loro competenze geometriche.

**Keywords:** simmetrie, figure geometriche, scuola primaria.

### Premessa

Il percorso che viene presentato in questo articolo trova la sua motivazione nelle difficoltà che spesso si incontrano nelle strategie di insegnamento e apprendimento della matematica e, in particolare, della geometria.

Attraverso un percorso di “scoperta operativa” è stato proposto a studenti delle classi V<sup>a</sup> della scuola primaria di analizzare le proprietà delle figure geometriche attraverso il concetto di simmetria. Nel progetto, le proprietà geometriche si rendono progressivamente evidenti attraverso la manipolazione di materiali (modelli dinamici concreti, software di geometria dinamica), l'osservazione e la successiva rielaborazione mentale e verbale. In questo percorso si parte dall'idea che la matematica non rappresenti solo un insieme di teorie e formule, da trasmettere ed essere passivamente apprese, ma una possibilità di conoscenza da esplorare liberamente. Facciamo dunque riferimento alla dicotomica visione della matematica strumentale/relazionale descritta da Skemp<sup>1</sup>, abbracciando una sua visione relazionale della disciplina. Da questo punto di vista, gli alunni diventano i protagonisti e gli artefici del proprio apprendimento, in un contesto laboratoriale, dove si osserva, si congetture, si “sperimenta” e infine si valida o meno quanto ipotizzato. In quest'ottica, anche l'attività matematica può quindi

prevedere un approccio laboratoriale o “sperimentale”.

Il percorso didattico si focalizza sulle trasformazioni isometriche. Esse sono trasformazioni nel piano o nello spazio che conservano angoli e distanze. Lo studio delle trasformazioni isometriche quali simmetria assiale, traslazione e rotazione con il caso particolare della simmetria centrale, consente il raggiungimento di svariati obiettivi, coerenti con quanto richiesto dalle indicazioni ministeriali<sup>2</sup>:

- l'attività di riconoscimento di figure geometriche in situazioni reali abitua ad osservare, a individuare differenze e analogie, varianti ed invarianti;
- l'uso di materiale concreto consente di scoprire proprietà, di riconoscere figure geometriche in qualsiasi posizione esse si presentino;
- la costruzione di figure geometriche usando gli strumenti della geometria dà l'opportunità di applicare regole, procedimenti matematici e comprendere appieno alcune delle proprietà che caratterizzano una determinata figura geometrica;
- la realizzazione di modelli dinamici esercita la manualità, la capacità di immaginazione e di progettazione, permettendo anche di esplorare famiglie di oggetti e non singoli oggetti;
- la composizione di isometrie, e quindi lo studio di strutture algebriche, consente un collegamento tra operazioni in insiemi numerici e non numerici, finiti e infiniti e quindi è un potente mezzo di collegamento tra aritmetica e geometria;
- l'attività con la piegatura della carta e con modelli dinamici favoriscono la scoperta di assi e centro di simmetria in figure geometriche e quindi la verifica delle proprietà dei poligoni regolari;

<sup>a</sup> Istituto comprensivo, Mosciano-Bellante, Teramo, Italia - Incarico annuale

<sup>b</sup> Dipartimento di Scienze Umane, Università degli Studi dell'Aquila, Viale Nizza 14, L'Aquila, Italia

<sup>c</sup> CNR - Istituto Superconduttori, Materiali Innovativi e Dispositivi (SPIN), c/o Dip. Scienze Fisiche e Chimiche - Università degli Studi dell'Aquila, Via Vetoio, 67100 Coppito (AQ), Italia

Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale

- la descrizione di tali proprietà arricchisce il linguaggio rendendolo sempre più chiaro e preciso.

## 1 Introduzione: la simmetria

"Beauty is bound up with Symmetry",<sup>3</sup> cioè "La bellezza è legata alla Simmetria": così commenta Hermann Weyl (1885-1955), matematico, fisico e filosofo che diede importanti contributi allo studio della simmetria in Fisica.

La simmetria è un argomento molto complesso, la cui piena comprensione ha richiesto lo sviluppo di un difficile approccio matematico, chiamato teoria dei gruppi. È interessante notare che la parola simmetria, che deriva dalle parole greche *syn* ("insieme") e *metron* ("metro"), sia stata introdotta nell'antica Grecia. Tuttavia, il linguaggio naturale necessario per comprendere le sue importanti implicazioni, è stato elaborato solo di recente, negli ultimi due secoli. Complesse teorie fisiche sono basate su argomenti e principi di simmetria. Le proprietà fisiche dei materiali sono spesso basate su meccanismi di rottura delle proprietà di simmetria. La simmetria è argomento fondante per la classificazione delle strutture cristalline in 230 gruppi spaziali (non magnetici), e se si include il magnetismo, in 1651 gruppi spaziali magnetici. L'esistenza stessa dello spin, proprietà intrinseca dell'elettrone, che permette l'attuale tecnologia elettronica basata su memorie magnetiche, è basata sulla richiesta di una equazione d'onda coerente con i principi di simmetria della relatività di Einstein. Tale equazione d'onda è stata dedotta dal fisico teorico P. A. M. Dirac nel 1928.

Come diceva Galileo Galilei nella sua opera "Il Saggiatore",

"la filosofia naturale è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi, io dico l'universo, ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua e conoscer i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in *lingua matematica*, e i caratteri son *triangoli, cerchi ed altre figure geometriche*, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro labirinto".

Quindi, secondo Galilei, la matematica è il linguaggio con il quale la Natura ci parla, e noi, come scienziati, se vogliamo studiarla e comprenderla attraverso le leggi della Fisica, dobbiamo ricorrere alla matematica e, in particolare, alla geometria. Ma da quanto detto, è anche vero che la Natura ci parla e si esprime spesso sfruttando la Simmetria. Questo è elegantemente ribadito da un altro premio Nobel in Fisica, Philip Anderson (1977), che ha dato importanti contributi in teorie fisiche su principi di rottura di simmetria:

"It is only slightly overstating the case to say that physics is the study of symmetry"<sup>4</sup>

"è solo leggermente esagerato il caso di dire che la fisica sia lo studio della simmetria".

La simmetria ha stimolato la creatività anche di grandi poeti, come William Blake, che, nella sua poesia "Tyger" (1794), decanta la bellezza dell'animale, descritta come una creatura che si aggira avvampandosi nelle selve notturne, suscitando spavento per la sua «agghiacciante simmetria» ("Fearful Symmetry").

Nonostante la sua complessità, la simmetria di un oggetto può essere facilmente compresa dal punto di vista intuitivo da un bambino già in tenera età. È quindi importante promuovere la cultura scientifica nei più giovani, per esempio, considerando questo argomento, partendo dalle sue prime manifestazioni intuitive e via via sviluppandolo e articolando un percorso per potere accedere ad argomenti più complessi, come lo studio della proprietà delle figure geometriche derivanti da proprietà di simmetria.

La simmetria è un argomento fondante per lo studio della geometria a scuola. Si possono rintracciare numerosi esempi nella realtà quotidiana, e per questa ragione, la scuola primaria può essere un ambiente adatto per promuovere una prima esplorazione dell'argomento. Oltre all'importanza che esso riveste a livello fondamentale nelle scienze pure e applicate, offre anche varie opportunità ludiche e manipolative da inserire nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica. In particolare, aiuta gli studenti a visualizzare diverse proprietà delle figure geometriche e a connettere i concetti tratti in classe con la loro esperienza di vita reale. Inoltre, può agevolare sia gli studenti che gli insegnanti a collegare la matematica con altre discipline scolastiche e, quindi, può essere considerato un valido argomento inter- e multi-disciplinare, che rafforza le competenze geometriche degli studenti.

### Modelli dinamici

In questo percorso didattico, sono stati utilizzati "modelli dinamici". Con questa definizione si intende un dispositivo concreto, costruito con materiali semplici, che viene visto come una "rappresentazione" parziale di un concetto astratto. È quindi un ausilio metodologico-didattico da utilizzare come avvio alla successiva, indispensabile astrazione. I modelli qui utilizzati sono dotati di parti mobili: presentano perciò situazioni in continua modifica che sollecitano negli alunni un atteggiamento di indagine e scoperta.

Il nostro paese è stato luogo di sperimentazioni didattiche in tal senso sin dagli anni dell'ultima guerra. Emma Castelnuovo, recentemente scomparsa, è stata sicuramente una visionaria nel campo della didattica della geometria. Nel suo libro "Geometria intuitiva" (1949), introduceva questo tipo di metodologia, per la scuola media, utilizzando anche materiali molto poveri.<sup>5</sup>

I modelli dinamici di questo tipo (Fig. 1) consentono di superare il tradizionale approccio allo studio delle figure geometriche basato sull'utilizzo del solo testo di geometria, permettendo all'alunno di vivere esperienze di apprendimento più ricche e diversificate.

Le osservazioni che si generano attraverso la manipolazione diretta del modello, offrono una serie di stimoli diversificati che forniscono un efficace supporto all'intuizione; il campo di esperienza si arricchisce e si amplia e la varietà delle situazioni prodotte mette alla prova proposte e congetture formulate dai ragazzi. Gli alunni inoltre vengono inviati dal docente ad esporre le proprie riflessioni. Chiaramente, ciò ha diverse ricadute positive: sulla motivazione e sulla partecipazione, in quanto i ragazzi si sentono chiamati a dare il loro contributo nella costruzione delle proprie conoscenze; sulla competenza linguistica, perché devono impegnarsi nell'esporre chiaramente le proprie idee utilizzando in modo corretto il linguaggio matematico; sulle capacità argomentative e critiche, nel momento in cui danno forma al proprio pensiero e/o riflettono sulle proposte dei compagni. Le discussioni - in itinere e di bilancio - rappresentano un punto di forza di questa metodologia didattica, che richiede indubbiamente al docente di saper gestire con attenzione ed equilibrio i momenti di confronto. Naturalmente, i ragazzi dovranno essere resi consapevoli del fatto che il modello che stanno manipolando è altra cosa dall' "oggetto" matematico, di cui è solo una rappresentazione approssimata ma concreta<sup>6</sup>.

I condizionamenti imposti dai limiti fisici del modello offrono l'occasione per chiarire alcuni punti: le dimensioni ridotte, l'estensibilità degli elastici, il limite degli scorrimenti, ne rappresentano una evidente conferma. Tali aspetti - apparentemente negativi - sono in realtà una possibile risorsa: infatti i ragazzi spontaneamente si spingono "al di là" del modello, congetturano su cosa succederebbe se l'elastico potesse estendersi indefinitamente, se il binario su cui un vertice scorre non avesse limiti, etc. Queste considerazioni possono rappresentare i primi passi verso l'astrazione, verso la creazione di immagini mentali ricche e flessibili.

Infine, il dinamismo del modello realizza un *problem posing* continuo: cosa succede se, per esempio, un vertice si sposta, due lati non sono più perpendicolari, un angolo cambia la sua ampiezza? Non si tratta più dei classici "problemi a parole", ma di situazioni non strutturate, che richiedono creatività e intuizione anticipatoria. Questo tipo di approccio, che focalizza l'attenzione non solo sui prodotti dell'attività matematica ma anche e soprattutto sui processi (osservazione, analisi, formulazione di congetture, argomentazione e così via) può contribuire anche a rendere più accattivante agli occhi dei ragazzi l'immagine della matematica e a ridurre l'ansia "da prestazione", favorendo una partecipazione più attiva e

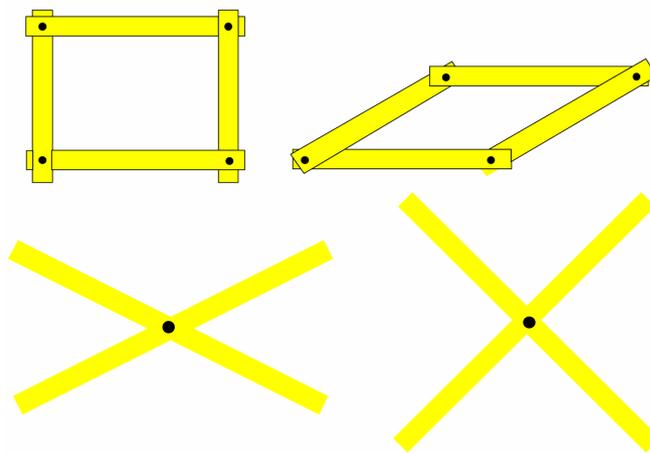


Fig. 1 Esempi di modelli dinamici

serena.

#### *Software per uso didattico*

Vari documenti ministeriali per il curricolo contengono riferimenti all'uso delle tecnologie digitali nell'apprendimento e insegnamento della matematica sin dalla scuola primaria. Tra queste tecnologie vi sono i software di geometria dinamica. Quello da noi utilizzato è: "Math is FUN"<sup>7</sup>

Le figure che si possono realizzare con il software, sono vere rappresentazioni di oggetti matematici, concetti e di definizioni con particolare enfasi sulle figure geometriche. Essi si inseriscono nella dialettica tra componente figurale e componente concettuale del pensiero geometrico<sup>8</sup>, ad un livello diverso rispetto al disegno. Ciò che si realizza è materiale di scoperta e di lavoro rappresentando un sistema di segni e mezzi per realizzare concetti matematici. Le figure realizzate con il software, hanno però in più la dimensione del movimento, che li arricchisce di un maggiore spessore didattico. Nei software dinamici, è disponibile la funzione di "trascinamento" (*dragging*), che consente di deformare e quindi modificare in modi diversi le costruzioni geometriche realizzate. La caratteristica principale di questa tipologia di materiale didattico è quindi il movimento, il dinamismo che ha anche una forte connotazione spazio-temporale, dal momento che c'è un "prima", un "durante" e un "dopo"; inoltre il movimento suggerisce relazioni di causa-effetto, non osservabili in una presentazione statica della geometria. Per dare forma a queste relazioni si può usare l'implicazione logica "se ..., allora ..." e passare così da una relazione causale e cronologica a una più formale<sup>9</sup>.

Modelli concreti e software dinamici sono materiali adattabili a situazioni didattiche diverse e consentono una gestione produttiva degli errori. Infatti il clima di ricerca attiva e di forte comunicazione, in cui tutti devono/possono esprimersi, attenua la paura di sbagliare. Anzi, una conclusione imprecisa o sbagliata può diventare un'occasione preziosa per discutere, per cercare esem-

pi e controesempi, per precisare meglio o circoscrivere una intuizione: in ultima analisi, un fattore di crescita per tutti.

## 2 Il percorso formativo

Il punto di partenza del progetto didattico, è stata la volontà di comprendere i fenomeni educativi al fine di riassumere decisioni educative che abbiano, in senso lato, maggiori possibilità di essere efficaci.

La metodologia di ricerca utilizzata ha seguito un modello quasi-sperimentale: abbiamo coinvolto due gruppi di studenti rispettivamente gruppo sperimentale e di controllo e abbiamo proposto l'attività didattica solo al gruppo sperimentale; al principio e alla conclusione dell'attività abbiamo predisposto un test da somministrare ad entrambi i gruppi negli stessi tempi e modalità.

In dettaglio, sono stati costituiti due gruppi omogenei (stessa età, stessa preparazione di partenza) entrambi frequentanti la classe quinta della Scuola Primaria e costituite da 20 alunni ciascuna, su entrambi sono state effettuate le stesse misure in ingresso (pre-test) allo scopo di verificare la composizione dei gruppi. Alla conclusione dell'attività didattica (trattamento), proposto solo ad uno dei due gruppi, gruppo sperimentale, abbiamo effettuato nuovamente le stesse misure al fine di mettere in rilievo l'effetto di tale trattamento. Il trattamento, si riferisce all'attività didattica volta all'approfondimento delle competenze geometriche; in particolare, abbiamo proposto un percorso incentrato sulla simmetria.

Il progetto ha coinvolto diverse attività. È stato somministrato un test-preliminare, per la valutazione delle funzioni da indagare. Di seguito al test, abbiamo avuto una breve discussione volta alla condivisione delle eventuali conoscenze sulla simmetria. Abbiamo chiesto infatti, se, in precedenza, avessero già sentito parlare dell'argomento, e abbiamo cercato di indagare su cosa sapessero e cosa i bambini associassero all'idea di simmetria.

Inoltre abbiamo visto alcuni esempi di simmetria alla LIM e discusso dove era possibile evidenziarla, dalla natura, all'arte fino alle figure, evidenziando l'interdisciplinarietà dell'argomento. Le seguenti attività sono state proposte solo per la classe sperimentale.

### Prima attività

Abbiamo lavorato con macchie di colore, realizzate con i colori a tempera. Questa attività ha dato l'avvio allo studio della simmetria assiale (Fig. 2).

È stato proposto agli alunni di prendere un foglio bianco di forma rettangolare e ripiegare il foglio rispetto a una mediana di una coppia di lati opposti. Successivamente si è suggerito di far cadere gocce di tempera di diversi colori da una parte del foglio rispetto alla ripiegatura, definendo un disegno colorato con le dita. Le figure ottenute sono state vivaci e bizzarre e, nel riconoscerle, hanno stimolato la fantasia e lo spirito creativo. Dopo qualche secondo di attesa, si è richiesto di piegare il fo-



Fig. 2 Elaborati prodotti dagli alunni

glio secondo la ripiegatura prima individuata, in modo da far combaciare la parte dove sono stati depositati i colori e la parte libera del foglio. Successivamente, aprendo il foglio, si sono ottenute due figure speculari per trasferimento del colore da una parte all'altra del foglio. In questo caso, la ripiegatura ne definiva l'asse di simmetria della figura così ottenuta. L'attività proposta metteva in risalto la presenza di una simmetria bilaterale. In particolare, i bambini hanno riconosciuto un asse esterno di simmetria se il disegno di partenza, prima del ripiegamento del foglio, ha coinvolto la linea di ripiegamento del foglio originale. In caso contrario, se il disegno ha coinvolto la linea di ripiegamento, il disegno risultante, dopo il trasferimento del colore, ha evidenziato un asse interno di simmetria.

### Seconda attività

Proponiamo agli alunni di piegare un foglio rettangolare come nel caso precedente. Si chiede al bambino di disegnare il contorno di una figura, su una sola faccia esterna del foglio ripiegato, partendo dalla piegatura. Successivamente, con le forbici, il bambino dovrà ritagliare il contorno tenendo unite le due parti del foglio ripiegato. Una volta ritagliato lungo il contorno, si otterrà un pezzo di foglio simmetrico rispetto alla piegatura iniziale che riproduce in ambo le parti lo stesso contorno inizialmente disegnato. (Fig. 3) Il bambino nota l'asse della simmetria bilaterale, e la proprietà per la quale le due parti nelle quali esso divide il foglio sono perfettamente sovrapponibili, cioè ripiegabili su se stesse.

### Terza attività

In seguito, abbiamo proposto un'attività con utilizzo di uno specchio\* per mettere in risalto la simmetria bilaterale (Fig. 4).

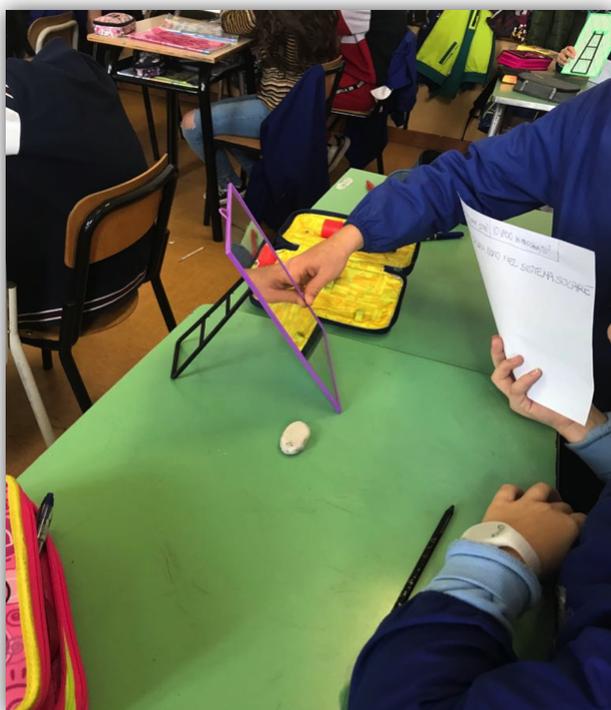
Inizialmente gli studenti hanno "giocato", sperimentando quale fosse l'effetto prodotto da un oggetto riflesso

\* Lo specchio è chiaramente della tipologia utilizzata per fini didattici



**Fig. 3** Foglio piegato e successivamente ritagliato per formare un figura simmetrica, in questo caso una mano irreale.

allo specchio. Successivamente, utilizzando oggetti reali disposti sul banco e accostando lo specchio perpendicolarmente al piano stesso, in modo da poggiarsi sull'asse di simmetria, i bambini hanno riconosciuto l'immagine riflessa allo specchio, verificando che la retta formata dallo specchio appoggiato perpendicolarmente al piano rappresenta l'asse di simmetria della figura.



**Fig. 4** Giochi allo specchio

**Quarta attività: Symmetrybusters**

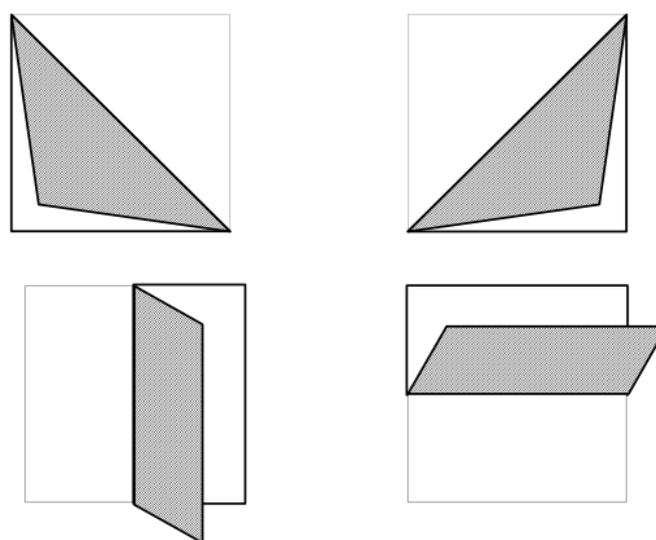
Abbiamo chiesto agli studenti di comportarsi come i Ghostbusters, cioè gli "acchiappa fantasmi" della nota serie televisiva. Solo che in questo caso, dovranno "ac-

chiappare", cioè scoprire, individuare, le simmetrie delle figure di volta in volta considerate.

*Quadrato*

Fogli di carta di forma quadrata e uno specchio sono tutto ciò che è servito per questa attività. La consegna è stata quella di individuare quanti e quali assi di simmetria possiede il quadrilatero in esame (foglio di carta). Gli studenti devono scoprire in ogni figura quali e quanti sono gli assi di simmetria, ripiegando la figura sull'asse di simmetria in modo da far combaciare perfettamente le due ripiegature. Se la linea lungo la quale si ripiega il foglio non coincide con l'asse di simmetria della figura, la sovrapposizione delle due parti non sarà perfetta, e il bambino riconoscerà che quella piegatura non coincide con l'asse di simmetria.

È stato consegnato a ogni alunno un foglio di forma quadrata, chiedendo di piegare il foglio lungo un diverso asse di simmetria, in modo da riconoscere i quattro assi di simmetria. Chiaramente, la piegatura coincide con l'asse di simmetria solo se le due parti vanno a sovrapporsi una sull'altra. Le piegature lungo le due mediane e lungo le due diagonali del quadrato sovrapponevano le due parti, individuando così gli assi di simmetria (Fig. 5). Come ulteriore verifica, abbiamo invitato gli studenti ad osservare che appoggiando lo specchio su tali segmenti l'immagine riflessa completava perfettamente la figura. Nessun'altra posizione dello specchio, e quindi nessun'altra piegatura, porta a risultati analoghi. Lo specchio con riflessione su entrambi i lati, disposto su mediane e diagonali del quadrato, consentiva di vedere la stessa immagine in entrambi i lati.



**Fig. 5** Foglio di forma quadrata utilizzata per individuare gli assi di simmetria

*Rettangolo*

Il rettangolo, come il quadrato, è un parallelogramma con gli angoli retti. A differenza del quadrato, il rettangolo non ha i lati congruenti ne consegue un minor numero

di assi di simmetria. Gli alunni possono verificare che gli assi di simmetria del rettangolo sono le mediane, e non più le diagonali. Infatti, ripiegando il foglio rettangolare lungo una diagonale, le due parti non coincidono identicamente, per cui il bambino è portato a concludere che le diagonali del rettangolo non costituiscono gli assi di simmetria del rettangolo.

#### Quinta attività: modelli dinamici

##### Modello dinamico: quadrato/rettangolo

Per rendere i ragazzi consapevoli delle simmetrie presenti in diverse figure geometriche, sono stati utilissimi i modelli con asticcioline articolabili, aventi un perno centrale e un elastico passante nei buchi presenti agli estremi dell'asticciola, come mostrato in figura 6.



Fig. 6 Modello dinamico "il rettangolo"

Muovendo le due asticcioline, tenendo il perno fermo e lasciando scorrere l'elastico negli estremi, il rettangolo si trasforma in quadrato e viceversa (Fig. 7).

La dinamicità dei modelli ha mostrato in modo evidente che il quadrato è anche un rettangolo, poiché in entrambi i casi una delle infinite posizioni ottenibili è quella a diagonali perpendicolari e a lati uguali, cioè un quadrato. Inoltre i bambini hanno potuto constatare che in queste deformazioni, le figure ottenute hanno tutte la stessa lunghezza del loro contorno, cioè lo stesso perimetro. Cioè i rettangoli che via via si evidenziano hanno tutti lo stesso perimetro, cioè sono rettangoli isoperimetrici, compreso il quadrato di partenza. Allo stesso tempo, i bambini hanno potuto riconoscere come l'area delle figure cambia di volta in volta, fino ad annullarsi quando le due asticcioline sono 'idealmente' sovrapposte. Appare loro chiaro che tra tutti i rettangoli isoperimetrici, il quadrato è quello di area (misura della superficie delimitata dal contorno, della figura) massima. La possibilità di deformare il quadrato, agendo sul perno centrale comune alle due diagonali, ci ha permesso di introdurre un

importante concetto: quello della "rottura" di simmetria. I bambini hanno constatato che nel passaggio dal quadrato al rettangolo si perdono degli assi di simmetria: nel quadrato ci sono 4 assi di simmetria (2 diagonali e 2 mediane) mentre nel rettangolo ci sono solo 2 assi di simmetria (2 mediane). Abbiamo fatto notare ai bambini come a questa perdita di simmetria corrispondano diverse proprietà geometriche delle due figure: il quadrato (4 assi di simmetria) è equiangolo (angoli uguali e retti), equilatero (lati congruenti) con diagonali perpendicolari e congruenti; il rettangolo (2 assi di simmetria) rimane ancora equiangolo, ma non più equilatero (ha i lati opposti congruenti) e le diagonali rimangono congruenti ma non più perpendicolari. I bambini hanno potuto osservare come in questo passaggio quadrato/rettangolo si evidenzia una rottura di simmetria, per il quale cambiano alcune proprietà, mentre altre rimangono invariate. Questi cambiamenti sono diretta conseguenza della perdita di alcuni assi di simmetria.



Fig. 7 Modello dinamico "il quadrato"

##### Modello dinamico: quadrato/rombo

In questo caso, abbiamo studiato gli assi di simmetria del rombo. Quattro asticcioline uguali unite agli estremi con ferma-campioni hanno permesso di costruire un quadrato, quando le asticcioline sono perpendicolari tra loro, vedi figura 8.

Si è visto che mentre si esercita una pressione su uno dei vertici del quadrato, le asticcioline perdono la loro perpendicolarità reciproca, mentre le diagonali la mantengono. Inoltre l'area diminuisce fino al caso limite in cui due asticcioline consecutive sono sovrapposte e il quadrilatero degenera in un segmento.

Anche in questo caso, gli alunni possono constatare che nell'insieme dei rombi isoperimetrici (le asticcioline sono indeformabili, la loro lunghezza non varia, e quindi le figure hanno lo stesso perimetro), il quadrato è quello con area massima.

Di nuovo, abbiamo fatto notare ai bambini, la rottura di simmetria: il quadrato perde due assi di simmetria nella deformazione e, di conseguenza, il rombo ha solo 2 assi di simmetria (le 2 diagonali). Di nuovo cambiano le proprietà delle figure geometriche: il rombo rimane equilatero ma non più equiangolo, e le diagonali non sono più uguali ma rimangono perpendicolari. Anche in questo caso, il bambino riesce ad evidenziare come alcune proprietà cambiano, mentre altre rimangono invariate (invarianti).

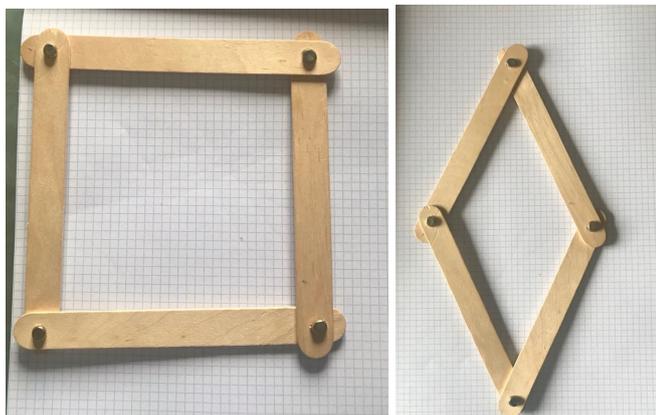


Fig. 8 Modello dinamico dal quadrato al rombo

#### Sesta attività

Abbiamo introdotto il software dinamico "Math is fun"<sup>7</sup> focalizzandoci sulla sezione dedicata alla geometria, e in particolare, sulla simmetria. Il software è stato utilizzato sulla LIM. Abbiamo fornito una breve spiegazione iniziale sulle principali funzionalità dello strumento digitale, in particolare nella sezione "Symmetry artist". Qui è possibile scegliere:

- tipo di simmetria da utilizzare, per esempio rotazionale e ordine della simmetria rotazionale (da 1 a 9); oppure riflessione rispetto ad un asse verticale, orizzontale, obliquo, etc.
- spessore del tratto della penna e suo colore;
- lo stile e la forma della figura;
- lo spessore della figura;
- il colore della figura;
- il riempimento della figura.

Abbiamo fatto qualche esempio di figura simmetrica utilizzando le varie opzioni e successivamente abbiamo chiamato i bambini uno alla volta per farli divertire. Tutti hanno mostrato un grande entusiasmo nell'utilizzare il software, e ognuno di loro ha potuto creare il proprio disegno altamente simmetrico. Raccolti i diversi disegni (il software permette di salvare su file i disegni creati), si è creato un collage con il contributo di tutti, simpatico e divertente (Fig. 9).

L'utilizzo del software "Mathisfun", ha permesso di riflettere sui limiti e le caratteristiche dell'argomento. Ecco qui di seguito alcune affermazioni:

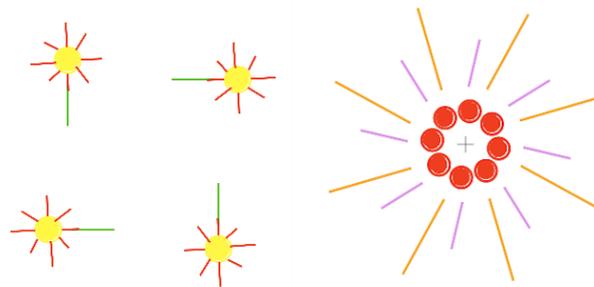


Fig. 9 Figure elaborate con il software Math is fun

- "Decido di ribaltare la mia figura orizzontalmente"
- "Ma i colori sono anche simmetrici?"
- "Attento! Se decidi di fare un disegno, il tuo simmetrico sarà ribaltato!!!"
- "Se faccio una scritta, il suo simmetrico si vedrà al contrario, giusto?"

Il lavoro ha creato un clima sereno, dialogico e di riflessione sull'attività in itinere. L'azione ha coinvolto gli alunni nel pensare, realizzare, valutare, in modo condiviso e partecipato con altri.

### 3 Discussione e Conclusioni

L'obiettivo del percorso presentato era quello di osservare se un approccio laboratoriale e manipolativo potesse permettere di trattare argomenti geometrici, anche relativamente complessi, in modo più semplice e intuitivo nella scuola primaria. Per fare ciò, abbiamo predisposto una metodologia secondo il modello quasi-sperimentale, che ha previsto la somministrazione di un test comune a due classi prima (pre-test) e dopo (post-test) l'intervento didattico proposto solo in una delle due classi. Si deve notare che la dimensione del campione non fornisce una rappresentatività statistica. Tuttavia il confronto dei risultati del test ci ha permesso di ottenere alcune conclusioni, almeno dal punto di vista qualitativo.

Attraverso percorso, abbiamo osservato che l'effetto del trattamento è stato positivo, portando ad una migliore performance della classe sperimentale nel post-test rispetto alla classe di controllo nella stessa tipologia di post-test. Questo ha suggerito che l'intervento nel complesso è risultato molto efficace e, in particolare, i bambini del gruppo sperimentale hanno rafforzato le loro competenze in ambito logico-matematico.

Sebbene la dimensione dei campioni in considerazione non fosse statisticamente significativa, da punto di vista qualitativo, l'osservazione delle reazioni e degli atteggiamenti degli alunni durante le attività e, successivamente l'analisi dei risultati, hanno permesso di constatare alcuni incoraggianti progressi.

Appare auspicabile sperimentare ulteriormente la proposta didattica, coinvolgendo più studenti, per ottene-

re risultati più significativi anche da un punto di vista quantitativo.

## 4 Ringraziamenti

Ringraziamo la preside, i docenti e gli studenti dell'Istituto Comprensivo Giulianova 1, A.A. 2019-2020 che con la loro disponibilità ed entusiasmo hanno permesso la realizzazione di questo progetto. A.S. ringrazia la Prof. A. Nuzzaci (Dipartimento Scienze Umane, Università degli Studi dell'Aquila) per interessanti discussioni. A.S. ringrazia il Gruppo di Lavoro Outreach dell'Istituto SPIN-CNR, in particolare Mario Barra e Sabrina Poggi per i continui stimoli e impegno della Mission Outreach. Il progetto didattico, inizialmente realizzato a scuola nell'ambito di un percorso di tesi (Relatore: Alessandro Stroppa, cor-relatore: Prof. Antonella Nuzzaci) è stato poi presentato come evento divulgativo in occasione della "Notte dei Ricercatori" nell'ambito delle azioni di Outreach del Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR) in collaborazione con l'Università degli Studi dell'Aquila (UNIVAQ) con la manifestazione "UNIVAQ Street Science 2021: La Ricerca al Centro".<sup>10</sup> Si ringrazia il Coordinatore del comitato Street Science 2019,2020,2021, il Prof. Luca Lozzi. Inoltre, il progetto didattico è stato presentato in occasione della giornata seminariale presso il Dipartimento di Scienze Umane UNIVAQ.<sup>11</sup> Infine, ma non meno importante, A.S. esprime i suoi sentiti ringraziamenti al Dr. Guido Righini (CNR-IC), per le interessanti discussioni riguardo le attività di divulgazione scientifica, continui stimoli e suggerimenti, e per aver incoraggiato la redazione del presente contributo.

La comunicazione scientifica ha un valore fondamentale nella società della conoscenza e riteniamo che essa debba essere attuata fin dai primi anni del percorso formativo di uno studente. Per questo continuiamo la presentazione del progetto e delle varie attività presso le scuole primarie del territorio, su invito da parte della scuola, anche fuori dal contesto della "Notte dei Ricercatori", in linea con la "Mission Outreach" del CNR<sup>12</sup> e dell'Istituto SPIN<sup>13</sup>

## Riferimenti

- 1 R. R. Skemp, Relational understanding and instrumental understanding, *Mathematics teaching* 77 (1) (1976) 20–26.
- 2 Indicazioni Nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione 2012.
- 3 H. Weyl, *Symmetry*, Princeton University Press, 2015.
- 4 P. W. Anderson, More is different, *Science* 177 (4047) (1972) 393–396.
- 5 E. Castelnuovo, *Geometria intuitiva*, per le scuole medie inferiori, Nuova Italia, 1949.
- 6 E. Castelnuovo, Un metodo attivo nell'insegnamento della geometria intuitiva, *La Matematica nella So-*

cietà e nella Cultura. *Rivista dell'Unione Matematica Italiana* 6 (1) (2013) 137–148.

- 7 <https://mathisfun.com>.
- 8 S. Sbaragli, L'armonizzazione degli aspetti figurali e concettuali, *La Matematica e la sua Didattica*, vent'anni di impegno. Atti del Convegno Internazionale omonimo, Castel San Pietro Terme, 23/09/2006 (2006) 257–260.
- 9 A. Baccaglioni-Frank, M. Mariotti, Conjecture-generation through dragging and abduction in dynamic geometry, *Education in a technological world: Communicating current and emerging research and technological efforts* (2011) 100–107.
- 10 <https://www.spin.cnr.it/outreach-and-t/events/item/95-la-realta-oltre-lo-specchio-divertirsi-con-le-simmetrie>.
- 11 <https://www.spin.cnr.it/news-events/item/104-la-realta-oltre-lo-specchio-divertirsi-con-le-simmetrie>.
- 12 <https://www.outreach.cnr.it/>.
- 13 <https://www.spin.cnr.it/>.